Банк заданий для подготовки к олимпиаде по математике (уровень 7 класса)

Олимпиадные задания – это особый вид задач, которые требуют внимания к деталям, вариативности мышления и умения применять разные способы поиска решения.

7.1.Попытайтесь получить миллиард (1000000000), перемножая два целых сомножителя, в каждом из которых не было бы ни одного нуля.

7.2.Расстояние между Атосом и Арамисом, скачущими по одной дороге, равно 20 лье. За час Атос покрывает 4 лье, а Арамис – 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час?

7.3.Можно ли разрезать квадрат на четыре части так, чтобы каждая часть соприкасалась (т.е. имела общие участки границы (отрезки)) с тремя другими?

7.4. На прямой отметили несколько точек. После этого между любыми двумя соседними точками добавили по точке. Такую операцию повторили 3 раза, и в результате на прямой оказалось 65 точек. Сколько точек было вначале?

7.5. Вдоль забора растут 10 кустов смородины. Число ягод на соседних кустах отличается на 1. Может ли на всех кустах вместе быть 1000 ягод?

7.6.Найдите двузначное число, равное сумме его цифр, увеличенной в 6 раз.

7.7.В школе прошли три олимпиады. Оказалось, что в каждой из них участвовало по **50** человек. Причем, **60** человек приходило только на одну олимпиаду, а **30** человек - ровно на две. Сколько человек приняло участие во всех трех олимпиадах?

7.8.В городе Пряничном мэр задумал ввести налог на пряники - каждый, кто покупает пряник, должен заплатить **20%** от стоимости пряника в городскую казну. А заместитель же мэра предложил поднять цену на пряники на **20%**, и забирать в казну 20% выручки продавцов. Какое из двух предложений (мэра или его заместителя) принесет в казну больше денег?

7.9. Расположите на плоскости 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было отмечено 3 точки.

7.10. Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да Косолапый Мишка, затеявши играть квартет, испробовали все способы усесться на 4 пенька на поляне, прежде чем поверили Соловью, который, как известно, сказал им: «А вы, друзья, как ни садитесь, всё в музыканты не годитесь!» Сколько раз им пришлось пересаживаться?

Решения. Методический комментарий.

При решении некоторых задач могут быть найдены способы решения, отличающиеся от предложенных. Необходимо внимательно проверить доказательную и вычислительную базу.

7.1. ***Ответ.***1 000 000 000 = $2^9 \times 5^9$= 512×1 953 125.

Решение:Делителями числа 1000000000 будут девять двоек, девять пятёрок и любые комбинации их произведений. Но как только в произведении сомножителями одновременно будут и 5 и 2 — число будет оканчиваться на 0. Это значит, что единственными возможными сомножителями являются 2^9 и 5^9 (так как во всех остальных парах делителей есть числа, оканчивающиеся на 0). Проверка показывает, что оба эти числа не содержат нулей.

Итак: 1 000 000 000 = $2^9 \times 5^9$ = = 512×1 953 125.

7.2. ***Ответ.***11, 29, 21 или 19лье.

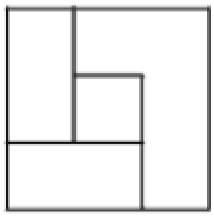
Решение: Заметьте, ничего не сказано о том, в одну или разные стороны скачут мушкетёры. Мушкетёры могли ехать:

а) в разные стороны, навстречу друг другу;
б) в разные стороны, удаляясь друг от друга; в) в одну сторону – Атос заАрамисом;
г) в одну сторону – Арамис заАтосом.

Соответственно задача допускает четыре разных ответа. Например, в случае а) за час расстояние уменьшится на 9 лье и составит 11 лье. Аналогично находятся остальные ответы.

Комментарий.Только один ответ – 1 б; два ответа – 3 б; три ответа – 5 б; четыре ответа – 7 б.

7.3.*Ответ.*Можно (на рисунке один из возможных вариантов решения).



Заметьте, что нет ограничения на форму кусков, определено только их количество.

7.4.*Ответ.*9.

Решение.Пусть вначале было n точек. За одну операцию добавляется n-1 точка в n-1 промежутков между соседними числами. Таким образом, после первой операции становится 2n-1 точек. Аналогично, после второй операции становится (2n-1)+(2n-1) – 1=4n-3 точек, и после третьей - (4n-3)+(4n-3) – 1=8n-7 точек. По условию 8n – 7=65, откуда n=9.

Комментарий. Ответ без решения – 0 б.

7.5.*Ответ.*Не может.

Решение.Число ягод на двух соседних кустах отличается на 1, поэтому на двух соседних кустах вместе нечетное число ягод. Тогда количество ягод на десяти кустах равно сумме пяти нечетных чисел, т.е. числу нечетному. Значит, на всех кустах вместе не может быть 1000 ягод.

Комментарий. Ответ без решения – 0 б.

7.6. ***Ответ:***54.

Комментарий: Ответ без подтверждающего примера – 4 б.

7.7. ***Ответ:***10.

Решение:Пусть *x* человек приняло участие во всех трех олимпиадах. Подсчитаем, сколько раз ученики заполняли титульные листы своих работ. Те, кто приходили один раз, делали это 60 раз; те, кто приходили дважды - также 60 раз (2*30 = 60); те, кто приходили трижды - 3*x* раз. Так как всего работ было 3*50 = 150, то составляем и решаем уравнение:

$60 + 60 + 3x = 150$; $x = 10$.

7.8.*Ответ:*Больше денег принесет в казну предложение заместителя мэра.

Решение:Пусть стоимость пряника - *x* рублей. Тогда, в первом случае, казна получит с каждого пряника 0,2*x* рублей, а во втором случае - 1,2*x**0,2 = 0,24*x* рублей.

Комментарий: Правильный ответ без решения – 0 б.

7.9.*Решение:*Одним из вариантов ответа являются 6 прямых, содержащих 4 стороны произвольного четырёхугольника (не параллелограмма и не трапеции!) и 2 его диагонали, на которых отмечены все 7 точек их пересечения.

7.10.*Ответ:*23.

Решение: Пусть Мартышка села на первый пень. Тогда вариантов сесть на 3 оставшихся пня у Осла, Козла и Косолапого Мишки будет ровно 6: ОКМ, ОМК, КОМ, КМО, МКО, МОК (по первым буквам). Аналогично получится и в остальных случаях, когда на первый пень будут садиться Осёл или Козёл или Мишка. В сумме всего получится 24 варианта, поэтому пересаживаться придётся 23 раза.

Комментарий: Ответ без решения – 1 б.

Использование учебной литературы и интернет-ресурсов при подготовке школьников к олимпиаде

При подготовке участников к школьному и муниципальному этапам олимпиады целесообразно использовать следующие нижеприведенные источники.

Журналы:

«Квант», «Квантик», «Математика в школе», «Математика для школьников».

Книги и методические пособия:

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Муниципальные олимпиады Московской области по математике. – М.: МЦНМО, 2019. – 400 с.

2. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Районные олимпиады. 6–11 классы. – М.: Просвещение, 2010.

3. Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А., Подлипский О. К., Терешин Д. А. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение, 2008.

4. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 2. – М.: Просвещение, 2009.

5. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К., Рубанов И. С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. – М.: Просвещение, 2011. 6. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К., Рубанов И. С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 2013. 558

7. Адельшин А. В., Кукина Е. Г., Латыпов И. А. и др. Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. Омск, 2007–2009. – М.: МЦНМО, 2011.

8. Андреева А. Н., Барабанов А. И., Чернявский И. Я. Саратовские математические олимпиады. 1950/51–1994/95 (2-е издание, исправленное и дополненное). – М.: МЦНМО, 2013.

9. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975. Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М. (сост.). Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006. – М.: МЦНМО, 2014.

10. Блинков А. Д. (сост.). Московские математические регаты. Часть 2. 2006–2013. – М.: МЦНМО, 2014.

11. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. – Киров: Аса, 1994.

12. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике (3-е издание, стереотипное). – М.: МЦНМО, 2013.

13. Гордин Р. К. Это должен знать каждый матшкольник (6-е издание, стереотипное). – М., МЦНМО, 2011.

14. Гордин Р. К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы (5-е издание, стереотипное). – М., МЦНМО, 2012.

15. Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи (8-е, стереотипное). – М., МЦНМО, 2014.

16. Кноп К. А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам (3-е, стереотипное). – М., МЦНМО, 2014.

17. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки (задачи для математического кружка) (7-е издание, стереотипное) – М., МЦНМО, 2013.

18. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. – М., ГИФМЛ, 1958 – 576 с.

19. Раскина И. В, Шноль Д. Э. Логические задачи. – М.: МЦНМО, 2014.

Интернет-ресурс: http://www.problems.ru/