

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Что такое математическая грамотность: ключевые понятия и структура оценки в исследовании PISA *семинар от 01.10.2021*

Л.О. Рослова, канд. пед. наук, заведующий лабораторией математического общего образования и информатики Института стратегии развития образования РАО, главный редактор журнала «Математика»

Ответим на вопрос:

❖ *Как оценивают функциональную грамотность в исследовании PISA?*

- Что такое «математическая грамотность»
- Какова структура оценки
- Каковы результаты России по математической грамотности в исследовании PISA
- Что нового будет в PISA-2022
- Какие задания используются
- Уровни математической грамотности



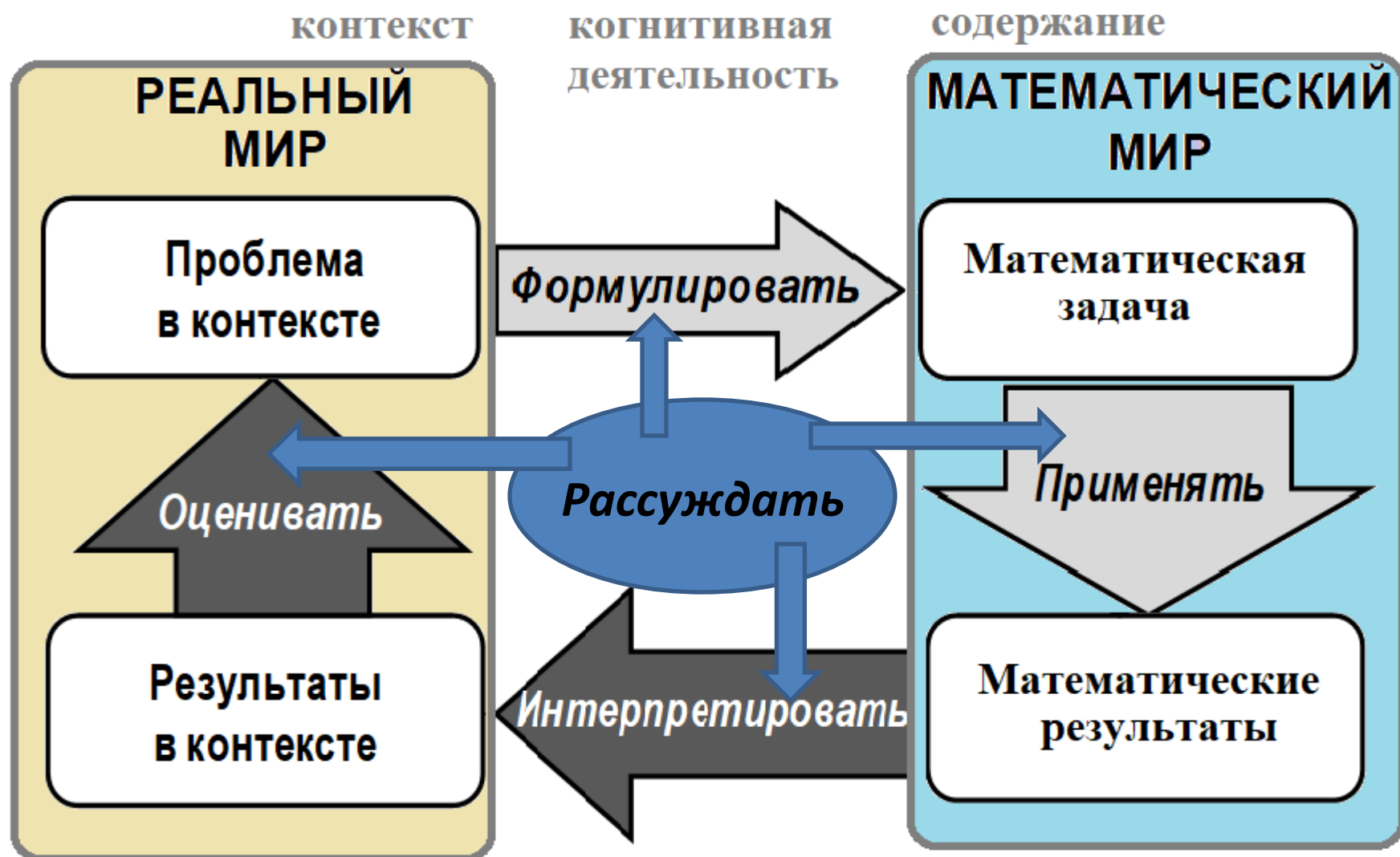
Что такое «математическая грамотность»

«**Математическая грамотность** – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»

Механизм оценки функциональной грамотности





Структура оценки математической грамотности

- **Контекст**, в котором представлена проблема:

*Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность;
Общественная жизнь; Научная деятельность*

- **Математическое содержание**, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):

*Изменение и зависимости; Пространство и формы;
Неопределенность и данные; Количество*

- **Когнитивные процессы** (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают деятельность ученика:

*Формулировать ситуацию математически; Применять
математические понятия, факты, процедуры;
Интерпретировать, использовать и оценивать математические
результаты; Рассуждать*

Когнитивные процессы

- **Формулировать ситуации математически** - способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, а затем трансформировать проблему, представленную в контексте реального мира, в математическую структуру
- **Применять математику** - способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для решения математически сформулированной проблемы и получения математических выводов
- **Интерпретировать/оценивать результаты** - способность размышлять над математическим решением, результатами или выводами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы
- **Рассуждать** – способность делать логические заключения, а также рассуждать над тем, как сформулировать ситуацию математически, как применить предметные навыки, как интерпретировать результат



PISA-2022: Акценты

Центральный компонент математической грамотности -
связь между математическими рассуждениями и
решением поставленной проблемы

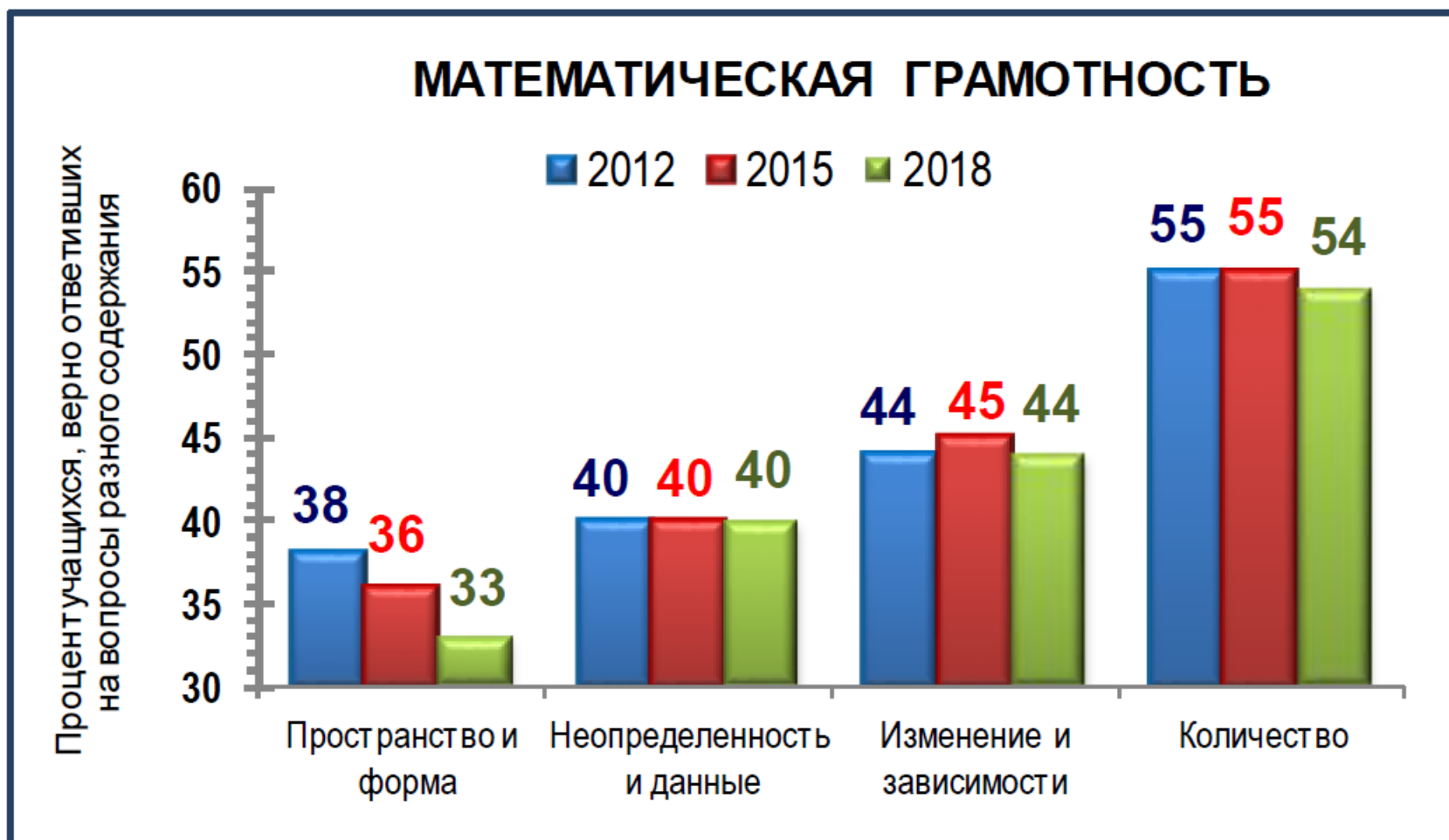
Для решения проблемы учащийся сначала должен *увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.*

Акцент при оценке - математические *рассуждения.*

Результаты РФ. Виды деятельности



Результаты РФ. Содержание



PISA-2022: Новые темы

- **Новые темы** по областям содержания:

Явления роста: линейные, нелинейные, квадратичные и экспоненциальные зависимости (**Изменение и зависимости**)

Геометрическая аппроксимация свойств нестандартных или незнакомых форм и объектов путем разбиения этих фигур и объектов на знакомые формы и объекты (**Пространство и формы**)

Компьютерное моделирование: анализ изменений, влияния переменных на результат; калькулятор (**Количество**)

Принятие решений в ситуациях неопределенности: использование вероятности и основных принципов комбинаторики для интерпретации ситуаций и прогнозирования (**Неопределенность и данные**)



PISA-2022: Новые типы заданий

Компьютерное моделирование (работа с изображениями):
инструменты перетаскивания объектов,
измерения и построения

Представление информации (не линейное):
вкладки с информацией в различных формах (графики, таблицы и пр.)

Электронные таблицы (аналоги):
сортировка,
вычисления,
анализ данных

Работа с утверждениями:
всегда-иногда-никогда,
привести свой пример или контрпример

Подумайте!

- Что такое «PISA-подобная задача»?
- Какое задание так называют?
- Что отличает задания PISA от их двойников?

Пример «Пицца»

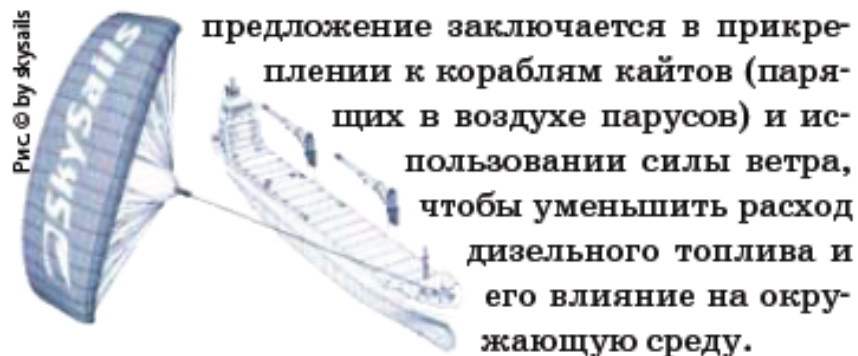
«В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее покупать в этой пиццерии? Приведите ваши рассуждения.»

- **Область содержания:** Изменение и зависимости.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Личный
- **Результат:** РФ - 2003: 11%.

Пример «Парусные корабли»

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра,



чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

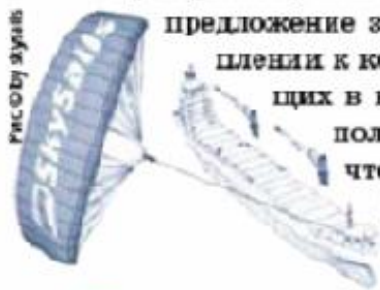
Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Парусные корабли»

- 1) $3500000 \cdot 0,2 = 700000$ (л)
- 2) $700000 \cdot 0,42 = 294000$ (з.)
- 3) $2500000 : 294000 \approx 8,5$ (л.)

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Из-за высокой стоимости дизельного топлива **0,42 зедра** за литр топлива корабль «Новая волна» планирует о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на **20%**.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно **3 500 000** литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет **2 500 000** зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.



Пример «Парусные корабли»

- **Область содержания:** Количество
- **Когнитивный процесс:** Формулировать
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ - 2012: 16%
Средний результат стран ОЭСР: 15%
Максимальный результат: 47%

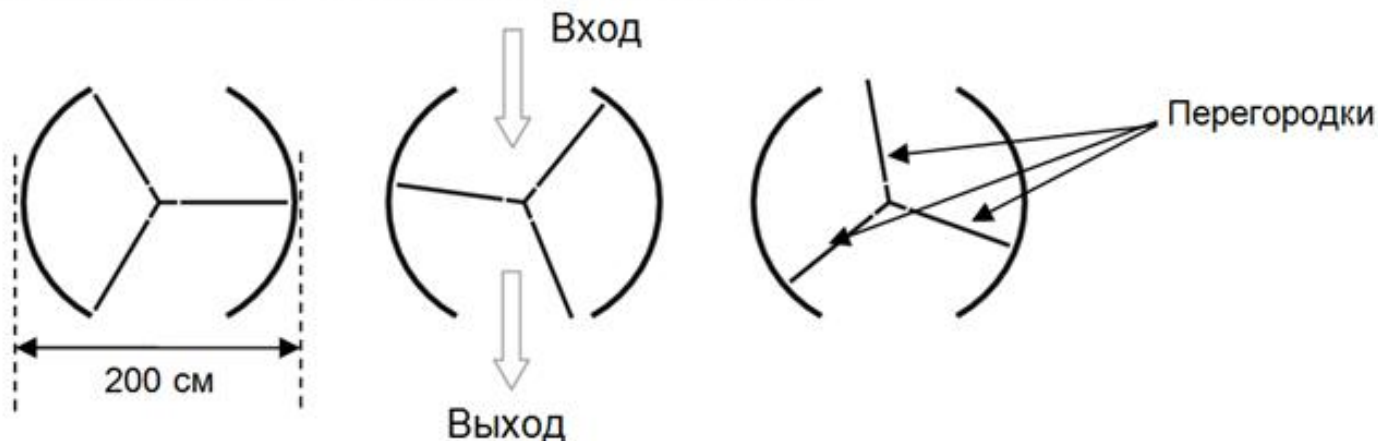
Мнение экспертов:

Задача была бы более посильной для российских учащихся, если бы была сформулирована в редакции (типичная задача):

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?

Пример «Вращающаяся дверь»

Пример «Вращающаяся дверь». Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Ответ: 120° .

Пример «Вращающаяся дверь»

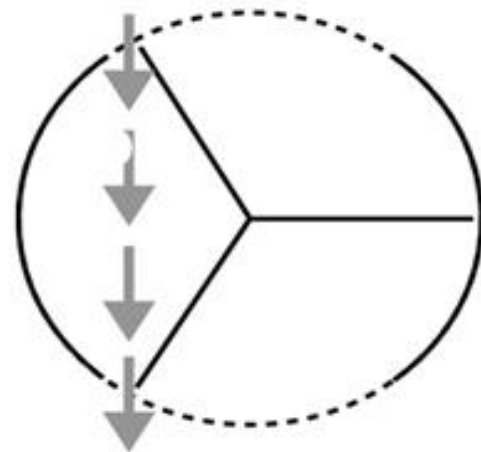
Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения π , использованного в вычислениях), принимаются ответы $(\frac{100\pi}{3})$, вычисленные как $1/6$ длины окружности.

В этой позиции возможно поступление воздуха.





Пример «Вращающаяся дверь»

ВОПРОС 3.

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека.

Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

- 60 – 16%
- 180 – 14%
- 240 – 29%
- 720* – 38%



Пример «Вращающаяся дверь»

Вопрос 1

- **Область содержания:** Пространство и форма.
- **Когнитивный процесс:** Применять.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 58%, стран ОЭСР: 58%, максимальный: 90%.

Вопрос 2

- **Область содержания:** Пространство и форма.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 3%, стран ОЭСР: 4%, максимальный: 14%

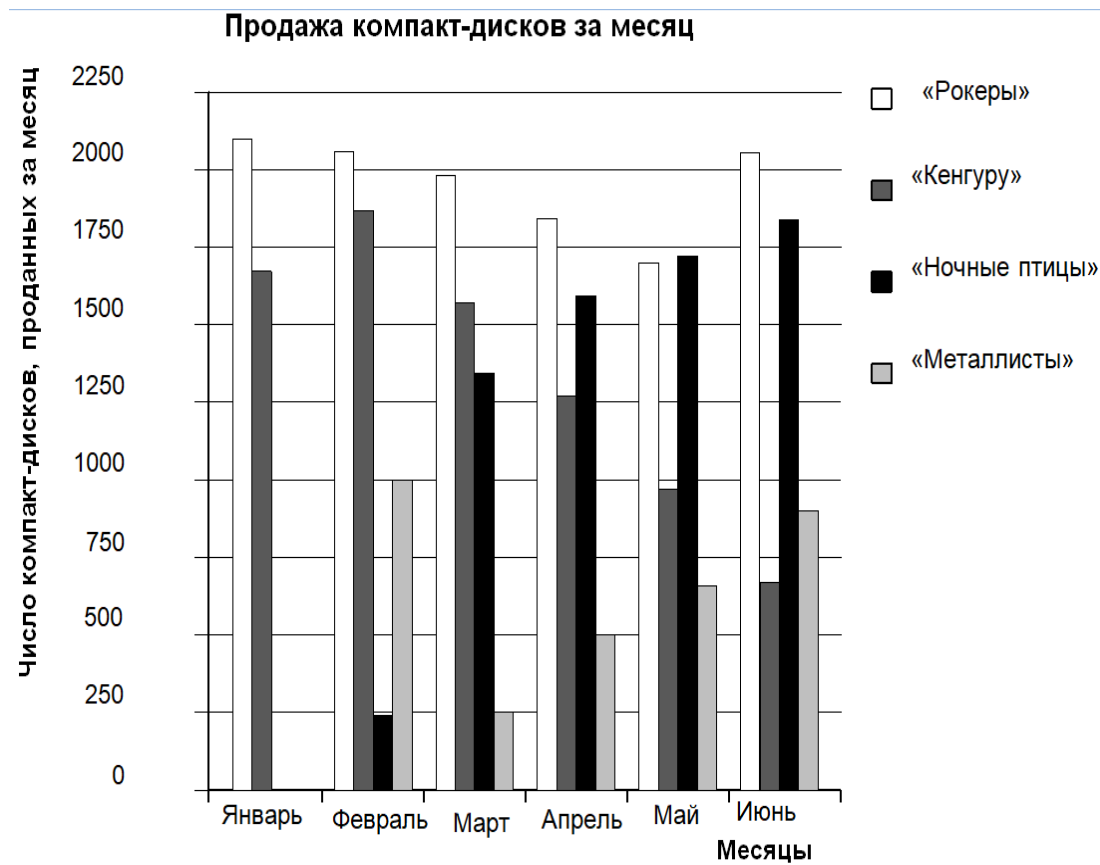
Вопрос 2

- **Область содержания:** Количество.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 38%, стран ОЭСР: 46%, максимальный : 65%



Пример «Продажа музыкальных ДИСКОВ»

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.





Пример «Продажа музыкальных ДИСКОВ»

Вопрос 1. Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- 1) 250 2) 500* 3) 1000 4) 1270

Вопрос 2. В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- 1) Не было такого месяца 2) Март 3) Апрель * 4) Май

Вопрос 3. Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь. Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

- 1) 70 компакт-дисков
2) 370 компакт-дисков *
3) 670 компакт-дисков
4) 1340 компакт-дисков



Пример «Продажа музыкальных ДИСКОВ»

- **Область содержания:** Неопределенность и данные
- **Когнитивный процесс:** Интерпретировать
- **Контекст:** Общественная жизнь
- **Результаты:**

Вопрос 1: РФ: 89%, страны ОЭСР: 87%

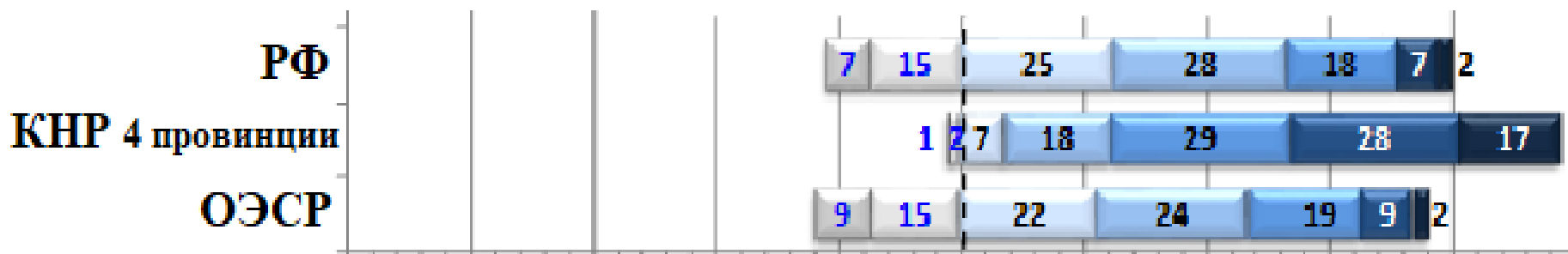
Вопрос 2: РФ: 72%, страны ОЭСР: 80%

Вопрос 3: РФ: 72%, страны ОЭСР: 77%

Результаты РФ. Уровни МГ



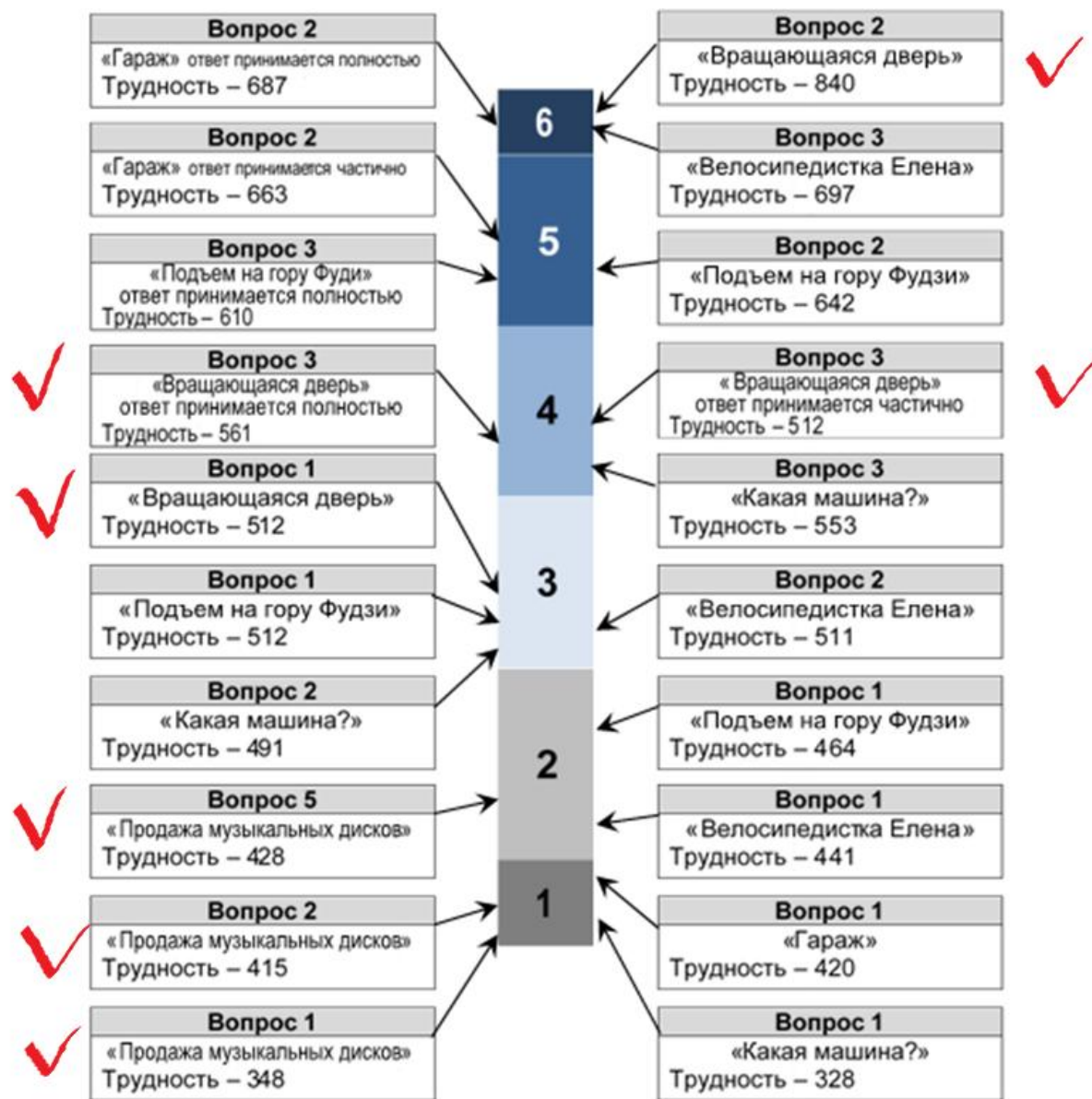
УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



Уровни МГ

- **6 уровень:** *исследование и моделирование сложных проблем*, нетипичные контексты, разные источники, различные формы, новые стратегии, рассуждения, интуиция, выводы и аргументация в письменной форме, рефлексия.
- **5 уровень:** *модели, сложные проблемы, распознавание ограничений, установление допущений*, различные стратегии решения, связанные формы информации, использование формального языка, выводы и размышления, начала рефлексии.
- **4 уровень:** *четко определенные модели, сложная, но конкретная ситуация, понимание ограничений*, рассуждения и ограниченная интуиция в простых ситуациях, интеграция информации из различных форм, своя интерпретация, объяснения и аргументы.
- **3 уровень:** *простые модели*, четко описанные процедуры, простые методы, различные источники, прямые рассуждения, элементарная интерпретация, предметные навыки.
- **2 уровень:** единственный источник, единственная форма представления, стандартные алгоритмы, формулы, действия, методы, прямой вывод, интерпретация полученного результата.
- **1 уровень:** знакомые контексты, вся необходимая информация и вопросы в явном виде, прямые указания, стандартные процедуры, очевидные действия.

Задания на шкале уровней МГ



Подумайте!

- Что, на Ваш взгляд, мешает формированию математической грамотности?
- Что надо, с Вашей точки зрения, изменить в первую очередь?

Спасибо за внимание!
Будьте здоровы!

Лариса Олеговна Рослова
roslova.math@yandex.ru